Semina □ Scientiarum | Nr 3 2004

s. Teresa Obolevitch

Motywy filozoficzne w twórczości Kurta Gödla

Wstęp

Nie jest tajemnicą, że filozofia i matematyka są ściśle związane ze sobą. Od czasów starożytnych, zwłaszcza pitagorejczyków i Platona, matematyka była i nadal pozostaje przedmiotem szczególnej uwagi filozofów. Z kolei wiele problemów filozoficznych (jak chociażby zagadnienie nieskończoności) odnajduje swe rozwiązania właśnie na terenie matematyki[1]. Nie dziwi więc, że największe teorie matematyczne zrodziły się nie tylko na skutek technicznych zabiegów, ale także inspiracji filozoficznych, dostarczając obfitego materiału dla dalszej refleksji. Wystarczy wspomnieć o kwestii podstaw matematyki, statusu ontologicznego obiektów matematycznych, problematyce epistemologicznej dotyczącej źródeł wiedzy matematycznej oraz jej zakresu i praktycznego zastosowania[2].

Najstarszym, najbardziej „zasłużonym" i wciąż aktualnym nurtem w filozofii matematyki jest koncepcja platońska w jej rozmaitych wariacjach. Pod jej wpływem znajdował się między innymi „ojciec współczesnej matematyki" Georg Cantor, a także Gottlob Frege, Alonzo Church. Fascynacja platonizmem nadała

[1] J. Dadaczyński, *Matematyka w oczach filozofa. Jedenaście artykułów z filozofii matematyki*, OBI – Kraków, Biblos – Tarnów, 2002, s. 9.

[2] Do zagadnień ontologicznych i epistemologicznych J. Pikul dodaje grupę problemów aksjologicznych. Zob. J. Pikul, *Obecność tradycyjnych wątków we współczesnej filozofii matematyki* w: „Zagadnienia Filozoficzne w Nauce" XXIII (1999), ss. 68, 88–94.

również kierunek badaniom Kurta Gödla. Już z tej racji warto zastanowić się nad filozoficznymi przesłankami jego twórczości. Co więcej, logiczno–matematyczny dorobek Gödla, szczególnie jego słynne twierdzenia o niezupełności, pozostają „dyżurnym tematem" dla filozofów matematyki[3].

Na temat dziedzictwa Gödla istnieje bogata literatura. Niniejsze opracowanie nie rości pretensji do wyczerpującej analizy wszystkich wątków filozoficznych obecnych w twórczości „króla logiki XX wieku". Jego skromnym celem jest przedstawienie pewnych filozoficznych idei przyświecających pracom austriackiego logika, a także wybranych konsekwencji zeń wynikających. Na koniec wspomnimy o niektórych *stricte* filozoficznych dociekaniach występujących w pismach Gödla.

Założenia filozoficzne

Założenia ontologiczne: natura obiektów matematycznych

Kurt Gödel nie ukrywał swego światopoglądu filozoficznego, już w 1933 roku deklarując się jako zwolennik platonizmu[4]. Dziesięć lat później w artykule *Russell's Mathematical Logic* napisał, że „klasy i pojęcia (*concepts*) mogą być pojmowane jako realne obiekty, mianowicie klasy — jako «wielości rzeczy» (*pluralities of things*) lub jako struktury składające się z wielości rzeczy, a pojęcia (*concepts*) — jako własności i relacje między rzeczami istniejącymi niezależnie od naszych definicji i konstrukcji"[5]. Stanowisko Gödla jest określane mianem realizmu ontologicznego (w odróżnieniu od antyrealizmu). Godnym uwagi jest fakt, że jednocześnie

[3]K. Wójtowicz, *O matematyce i filozofii matematyki* [w:] „Zagadnienia Filozoficzne w Nauce" XXIII (1999), s. 60.

[4]K. Wójtowicz, *Platonizm matematyczny*, OBI – Kraków, Biblos – Tarnów, 2002, ss. 24–25.

[5]K. Gödel, *Logika matematyczna Russela* [w:] (red. i tł.) R. Murawski, *Współczesna filozofia matematyki*, PWN, Warszawa 2002, s. 89.

Gödel nie był idealistą w duchu Platona, gdyż nie pojmował obiektów matematycznych jako pierwotnych w stosunku do przedmiotów fizycznych. Przekonanie o obiektywnym istnieniu uniwersum matematycznego — hierarchii zbiorów będącej przedmiotem teorii mnogości Zermelo–Fraenkla — pozwala ocenić poglądy Gödla jako silny realizm (w opozycji do umiarkowanego realizmu Arystotelesa czy konceptualistów).

Zdaniem Gödla istnieje tylko jedno niezmienne uniwersum matematyczne. Austriacki logik odrzucał koncepcję tzw. „pełnokrwistego" (*full–blooded*) platonizmu, czyli „maksymalizmu ontologicznego" połączonego z „minimalizmem epistemologicznym", głoszącą, że istnieje wiele uniwersów, z których żadne nie zajmuje wyróżnionego miejsca[6]. Matematyk nie tworzy obiektów matematycznych, lecz je odkrywa i opisuje możliwie pełnie, ale w ramach jednej teorii, nigdy wyczerpująco.

To właśnie filozoficzne *credo* Gödla stało się punktem wyjścia dla jego badań nad podstawami matematyki. Wprawdzie platonizm matematyczny jest raczej przedmiotem wiary aniżeli racjonalnie uzasadnionym stanowiskiem[7], stąd sam logik miał świadomość, iż jego założenia filozoficzne nie mogą „zadowolić żadnego krytycznego umysłu, a nawet nie wywołują przekonania, że są one konsekwentne"[8]. Niemniej był on przekonany o słuszności swych filozoficznych poglądów. Z perspektywy czasu napisał nawet, że „to właśnie antyplatoński przesąd uniemożliwił innym dojście do moich wyników"[9].

---

[6]Zob. K. Wójtowicz, *O tzw. programie Gödla* [w:] „Zagadnienia Filozoficzne w Nauce" XXVIII/XXIX (2001), s. 106; tenże, *Platonizm...*, dz. cyt., s. 33.

[7]Zob. A. Olszewski, *Teza Churcha a platonizm* [w:] „Zagadnienia Filozoficzne w Nauce" XXIV (1999), s. 98.

[8]K. Gödel, *The present situation in the foundations of mathematics* [w:] (red.) S. Feferman and all, *Collected Works. Unpublished Essays and Lectures*, vol. 3, Oxford University Press, Oxford 2001 (1995), s. 50.

[9]H. Wang, *A logical journey. From Gödel to Philosophy.* Cyt. za: R. Murawski, *O różnicy między prawdziwością a dowodliwością w matematyce* [w:] „Filozofia Nauki" 1 (2001), s. 20.

Założenia epistemologiczne

Źródła wiedzy matematycznej

Kolejnym wyrazem platonizmu Gödla jest jego przekonanie o obiektywności prawdy matematycznej, do której docieramy poprzez „bezpośredni wgląd" — intuicję matematyczną (*mathematical insight*). Nie jest to jednak bezpośrednie nawiązanie do Platońskiego $\alpha\nu\alpha\mu\nu\eta\sigma\iota\zeta$. Owej intuicji nie należy rozumieć jako zagadkowego „szóstego zmysłu". Jest to pewien rodzaj relacji z obiektywną rzeczywistością matematyczną[10]. Umożliwia ona rozumienie wszystkich pojęć opisujących świat matematyki, począwszy od definicji liczby naturalnej aż po pojęcia teorii mnogości, jak np. „zbiór", „należenie do zbioru", itp.

Intuicja matematyczna nie dostarcza gotowej, apriorycznej wiedzy. Wedle Gödla, dane intuicji „mogą być rozwijane poprzez głębsze badanie obiektów, które może doprowadzić do przyjęcia naszych stwierdzeń jako aksjomatów"[11]. Zatem intuicja, z jednej strony, reprezentuje „pierwotne pojęcia" matematyczne, z drugiej zaś podlega nieustannemu twórczemu rozwojowi. Dzięki temu, poprzez analizę podstawowych pojęć matematycznych, dochodzimy do pojęć coraz to bardziej abstrakcyjnych. Prawidłowe stosowanie intuicji — właściwe ukierunkowanie aktywności intelektualnej, prowadzące do wyjaśnienia sensu pojęć matematycznych — stanowi dla Gödla jedno z kryteriów (wraz z owocnością) prawdziwości wiedzy matematycznej.

Na marginesie należy zaznaczyć, że w wyniku uważnego studium filozofii Husserla (począwszy od roku 1959) Gödel dostrzegł pokrewieństwo między swoją własną koncepcją matematycznego poznania a metodą fenomenologiczną i uznał tę ostatnią za mają-

[10] K. Wójtowicz, *Platonizm...*, dz. cyt., ss. 60–62.

[11] R. Murawski, *Filozofia matematyki. Zarys dziejów*, PWN, Warszawa 1995, s. 139.

cą „fundamentalne znaczenie dla podstaw matematyki”[12]. Aczkolwiek fenomenologia nie odegrała żadnej roli w kształtowaniu się poglądów wiedeńskiego logika i nie należy umieszczać jej wśród jego założeń filozoficznych, niemniej jednak trzeba pamiętać, że idee fenomenologiczne przyświecały Gödlowi w drugim, filozoficznym okresie jego twórczości.

Zagadnienie prawdy matematycznej

Jako realista Gödel był przekonany o obiektywności pojęcia prawdy matematycznej[13]. Skoro obiekty matematyczne istnieją niezależnie od nas, to nasze badania i opis nie są konstruktami, tworami umysłu, ale ich obiektywną reprezentacją. Należy zauważyć, że Gödel w swych pracach rzadko posługiwał się terminem prawdy (lub prawdziwości) matematycznej, używając w zamian pojęcie poprawności. Sądził bowiem, iż pojęcie prawdy jest obciążone filozoficznymi przesądami i z tej racji nie znajduje życzliwego przyjęcia w kręgach współczesnych mu matematyków.

Czym zatem jest prawda w matematyce? W tym miejscu należy przywołać, po pierwsze, twierdzenie Gödla o pełności logiki pierwszego rzędu, pochodzące z roku 1929, oraz, po drugie, jego pierwsze twierdzenie limitacyjne (o niezupełności) ogłoszone dwa lata później. Rzecz ciekawa, twierdzenie o pełności w odniesieniu do logiki pierwszego rzędu poniekąd wskazuje na równoważność prawdziwości i dowodliwości, tj. semantycznego i syntaktycznego ujęcia[14]. Natomiast twierdzenie o niezupełności arytmetyki uwypukla różnicę między semantycznym pojęciem prawdy a syntaktycznym pojęciem dowodliwości.

Zdaniem Gödla prawda ma charakter intuicyjny i nieścisły. Jest to pojęcie niedefiniowalne: „prawdy dla [danego] języka nie

---

[12]H. Wang, *A logical journey...*. Cyt. za: K. Wójtowicz, *Platonizm...*, dz. cyt., ss. 64–65.

[13]Zob. R. Murawski, *O różnicy...*, art. cyt., s. 17.

[14]Tamże, s. 16.

można zdefiniować w nim samym"[15]. W tej wypowiedzi uderza podobieństwo do koncepcji prawdy Tarskiego. Jednakże Gödel nie zajmował się wprost analizą pojęcia prawdy. Nie było ono głównym celem jego badań. Niemniej, jak sam przyznawał, właśnie zauważenie różnicy między prawdą a dowodliwością stało się dla niego punktem wyjścia dla odkrycia twierdzenia o niezupełności: „zasada heurystyczna mojej konstrukcji nierozstrzygalnych zdań teorii liczb sprowadza się do wysoce pozaskończonego pojęcia „obiektywnej prawdy matematycznej" jako czegoś przeciwstawnego [. . .] pojęciu „dowodliwości", z którym było powszechnie mieszane przed pracami moimi i Tarskiego"[16]. W wyniku badań Gödla stało się jasne, że pojęcie dowodliwości jest słabsze niż pojęcie prawdziwości. Oznaczało to załamanie się programu D. Hilberta, postulującego formalizację matematyki przy pomocy metod finitystycznych, w oparciu o syntaktyczną teorię dowodu (*Beweistheorie*)[17].

Na skutek rozróżnienia między prawdziwością a dowodliwością w matematyce Gödel w 1951 r. wyróżnił „matematykę w sensie obiektywnym" (matematykę właściwą) i „matematykę w sensie subiektywnym". Podczas gdy druga obejmuje wszystkie zdania dowodliwe, matematyka „obiektywna" stanowi system zdań „prawdziwych w absolutnym sensie, bez dodatkowych założeń". Do tej grupy należą takie zdania[18], jak np. $2 + 2 = 4$. Z twierdzeń Gödla wynika, że wszystkie prawdy matematyki nie mogą być zawarte

[15]K. Gödel, *List do Balasa* z 27 maja 1970 r. Cyt. za: R. Murawski, *O różnicy. . .* , dz. cyt., s. 17.

[16]K. Gödel, *List do Hao Wanga* z 7 marca 1968 r. Cyt. za: J. Woleński, *Metamatematyka a epistemologia*, PWN, Warszawa 1993, s. 95.

[17]Problem interpretacji programu Hilberta jest przedmiotem dyskusji: jeżeli jest to zagadnienie czysto techniczne, to twierdzenia Gödla rzeczywiście obalają możliwość jego przeprowadzenia. Jeżeli natomiast traktować program Hilberta jako specyficzne filozoficzno–terminologiczne zagadnienie, to wówczas jego częściowa realizacja jest możliwa np. w tzw. matematyce odwrotnej (*reverse mathematics*). Zob. K. Wójtowicz, *Platonizm. . .* , dz. cyt., s. 83.

[18]K. Gödel, *Some basic theorems on the foundation of mathematics and their implications* [w:] (red.) S. Feferman and all, *Collected Works. . .* , vol. 3, s. 305.

w jednym systemie formalnym. Rozważenie tego ograniczenia będzie przedmiotem dalszej części niniejszego opracowania.

Założenia metodologiczne: język matematyki

Dla uprawiania matematyki istotne znaczenie ma język, w którym są formułowane jej teorie. K. Gödel był przekonany, że jedynym właściwym narzędziem dla niej jest logika pierwszego rzędu[19]. To założenie opiera się na realizmie ontologicznym Gödla, wierzącego w istnienie intuicji matematycznej zgodnie z którą „aksjomaty [logiki pierwszego rzędu] narzucają się nam jako prawdziwe"[20]. Znamiennym jest fakt, że wielu komentatorów uważa, iż twierdzenia limitacyjne Gödla dotyczą nie tylko arytmetyki nadbudowanej nad logiką pierwszego rzędu, ale także tych systemów formalnych (przy spełnieniu określonych warunków), które posługują się aparatem logiki drugiego rzędu. Gödlowski wybór *First Order Logic* dla matematyki nie zawęża jej epistemologicznych konsekwencji tylko do tego języka. Innymi słowy, ograniczenia, które nakładają na matematykę (a wedle szerszej interpretacji — na poznanie w ogóle) twierdzenia Gödla, nie są spowodowane przez ograniczenie jej języka do logiki pierwszego rzędu. Takie same konsekwencje dotyczą również wszystkich systemów, spełniających pewne minimalne warunki[21].

Jednak nie wszyscy matematycy zgadzają się z wyborem Gödla. Przyjęcie dla matematyki języka logiki pierwszego rzędu przez wielu jest uważane za przejaw konwencjonalizmu, arbitralnej decyzji uwarunkowanej co najwyżej historycznie (P. Maddy) i pozbawionej głębszego uzasadnienia. Nie brakuje głosów (S. Shapiro, J. Barwise, F. R. Drake, D. Scott) domagających się formalizowa-

[19] K. Wójtowicz, *O matematyce...*, art. cyt., s. 58.

[20] K. Gödel, *Co to jest Cantora problem kontinuum?* [w:] (red. i tł.) R. Murawski, *Współczesna...*, dz. cyt., ss. 120–121.

[21] System taki musi być niesprzeczny, posiadać rozstrzygalny zbiór aksjomatów oraz musi być na tyle bogaty, aby dało się w nim reprezentować aksjomatykę liczb naturalnych. Wszystkie te warunki spełnia logika pierwszego rzędu, ale także wiele innych systemów.

nia matematyki w języku logik silniejszych[22]. Czy należy przyznać rację tym propozycjom? Jak zaznacza J. Woleński, wysunięte zarzuty o niewystarczalności *First Order Logic* są bezpodstawne. Ponadto, w obronie swej tezy, iż nie należy uciekać się do logiki drugiego rzędu, krakowski logik przytacza argument, że „posiada [ona] własności niezbyt intuicyjne, m. in. nie jest zwarta, nie istnieje dla niej efektywna i niesprzeczna aksjomatyka, z której można wyprowadzić wszystkie tautologie II rzędu, iwreszcie jest wprawdzie pełna, ale za cenę rozbicia modeli na zasadnicze i wtórne, przy czym kryterium podziału na te modele jest pozalogiczne. [...] Mamy więc do wyboru: albo zachować jednolitość «dobrej» logiki i formalizacji powodujące pewne niedogodności, albo też zgodzić się na wielość logik i ich formalizacji za cenę rozmycia pojęcia logiki"[23]. Pytanie, czy należy identyfikować całą logikę z logiką pierwszego rzędu oraz czy jest ona adekwatnym narzędziem dla matematyki, pozostaje zatem otwarte.

Implikacje filozoficzne twierdzenia Gödla

Gödel nie podał żadnego przykładu zdania niezależnego od arytmetyki Peano, jedynie zdanie metamatematyczne „Ja nie jestem twierdzeniem"[24] (które wszelako można zastosować do mówienia o liczbach naturalnych przy pomocy arytmetyzacji). Z tego i innych powodów odkrycie Gödla nie od razu spotkało się z życzliwym przyjęciem w gronie logików. Niemniej jego twierdzenia limitacyjne szybko wywołały dyskusję nad tym, jakie konsekwencje o naturze filozoficznej z nich wynikają. Niejednokrotnie twierdzenia Gödla bywają aplikowane do systemów pozaformalnych, wy-

[22] Zob. K. Wójtowicz, *O nadużywaniu twierdzenia Gödla w sporach filozoficznych* [w:] „Zagadnienia Filozoficzne w Nauce" XIX (1996), ss. 37–39.

[23] J. Woleński, *Metamatematyka a epistemologia*, dz. cyt., s. 91.

[24] Dla arytmetyki Peano zdania niezależne zostało odnalezione przez J. Parisa, L. Harringtona i L. Kirby'ego dopiero niedługo przed śmiercią Gödla w 1977 roku; natomiast dla teorii mnogości zdaniami niezależnymi są: pewnik wyboru i hipoteza *continuum*. Zob. K. Wójtowicz, *Paradoksy skończoności* [w:] „Zagadnienia Filozoficzne w Nauce" XVIII (1996), ss. 89–90.

korzystywane w metafizycznych czy nawet teologicznych rozważaniach[25]. Ograniczymy się tu do przedstawienia najczęściej spotykanych filozoficznych implikacji logiczno–matematycznego dziedzictwa Gödla.

Jednym ze skutków pierwszego twierdzenia jest uznanie, iż rekurencyjnie aksjomatyzowalna teoria formalna zawiera zdania nierozstrzygalne w ramach danej teorii. Prowadzi to do konieczności odwołania się do coraz to bogatszych systemów. W sposób naturalny fakt ten wywołuje pytanie o granice naszego poznania. Nie ulega wątpliwości, że Gödlowskie twierdzenia limitacyjne mówią o ograniczoności metody aksjomatyczno–dedukcyjnej, przynajmniej w zakresie logiki pierwszego rzędu. Często wniosek ten jest ekstrapolowany również na inne dziedziny poznania. K. Wójtowicz wspomina o opinii J. Życińskiego, zgodnie z którą „twierdzenie Gödla ma dowodzić niemożności udzielenia naukowej odpowiedzi na pytania o charakterze egzystencjalnym czy metafizycznym", o supozycji S. L. Jakiego, iż próby poszukiwania „teorii wszystkiego" bez odwołania się do założeń o naturze teologicznej z góry są skazane na niepowodzenie[26], a także o przekonaniu Katsoffa o niemożliwości istnienia zupełnej i ostatecznej teorii rzeczywistości, tzn. metafizyki[27].

Czy rzeczywiście metamatematyczne twierdzenia Gödla mają jakieś zasadne konsekwencje epistemologiczne? Jest rzeczą oczywistą, że wnioski o charakterze filozoficznym („materialnym") nie wynikają wprost z twierdzeń logiczno–metamatematycznych przy zastosowaniu reguł inferencji, ale dotyczą takiej czy innej interpretacji tezy logicznej. Jak w przypadku każdego poważnego problemu, tak i w wypadku konsekwencji filozoficznych twierdzeń Gödla, opinie są podzielone. Jedni badacze stoją na stanowisku „minimalizmu" czy też „optymizmu" interpretacyjnego utrzymując, że sugestia o ograniczoności ludzkiego poznania powstaje je-

[25] Zob. szerzej: K. Wójtowicz, *O nadużywaniu...*, dz. cyt., ss. 24–25.
[26] Zob. S. L. Jaki, *Zbawca nauki*, W drodze, Poznań 1994, ss. 104–105.
[27] K. Wójtowicz, *O nadużywaniu...*, dz. cyt., s. 25.

dynie na skutek braku mocniejszych środków technicznych, które w przyszłości pozwoliłyby uniknąć ograniczeń nakładanych przez twierdzenia limitacyjne. Jak wspomnieliśmy wyżej, istnieją próby sformalizowania matematyki w języku logiki drugiego rzędu, co w opinii autorów tego projektu, osłabiłoby moc wiążącą twierdzeń Gödla. W tym wypadku można by mówić nie o absolutnej, ale o względnej ograniczoności ludzkiego poznania w ogóle i metody dedukcyjnej w szczególności.

Inni znawcy problemu bronią tezy, iż twierdzenia Gödla z całą pewnością posiadają mocne reperkusje epistemologiczne. Do zwolenników pesymistycznej (a raczej sceptycznej) interpretacji twierdzeń limitacyjnych należy H. DeLong argumentując, że dotychczasowe wysiłki zbudowania systemu, w którym by one nie obowiązywały, skończyły się niepowodzeniem[28]. Z kolei J. Ladrière sygnalizuje, iż nawet gdyby udało się skonstruować takie systemy, „będą to jednak albo systemy ubogie, wyrażające bardzo ograniczoną dziedzinę matematyki intuicyjnej, albo też systemy, w których pewne pojęcia przybierają sens całkowicie różny od sensu łączonego z nimi na poziomie intuicji. [...] Formalizacja nie może dostarczyć obiektywnego modelu myślenia; nie jest ona w stanie ogarnąć całości tego, co poznawalne. [...] Myśl zawiera więcej niż można wyrazić w ścisłych granicach rachunku logicznego”[29].

Przytoczmy w tym miejscu bardzo wyważoną — jak się wydaje — opinię J. Woleńskiego. Jest on zdania, że istotnie, drugie twierdzenie Gödla, głoszące, iż niesprzeczność formalnej arytmetyki pierwszego rzędu nie jest w niej dowodliwa, implikuje tezę o niepewności naszego poznania, o ile przyjmiemy dodatkowe przesłanki: (1) dowodliwość niesprzeczności naszego poznania w nim samym jest warunkiem koniecznym jego pewności oraz (2) formalna arytmetyka I rzędu należy do naszego poznania[30]. Za K. Ajdu-

[28]Zob. J. Życiński, *Metafilozoficzne następstwa twierdzeń limitacyjnych* [w:] „Studia Philosophiae Christianae” 24 (1988) 1, s. 152.

[29]J. Ladrière, *Les limitations internes des formalismes.* Cyt. za: J. Życiński, *Metafilozoficzne...*, art. cyt., s. 152.

[30]J. Woleński, *Metamatematyka a epistemologia*, dz. cyt., ss. 10–12.

kiewiczem Woleński wyróżnia konsekwencje logiczne i konsekwencje interpretacyjne, które zależą od akceptacji (choćby *implicite*) dodatkowych przesłanek. Ponieważ najczęściej nie możemy wykazać ich prawdziwości, problem interpretacji pozostaje otwarty. Niemniej Woleński uważa, że wykorzystywanie twierdzeń Gödla w epistemologii „jest równie zasadne, jak rozpatrywanie determinizmu w oparciu o mechanikę kwantową. I tak jak rozprawianie o determinizmie bez uwzględnienia zasady nieoznaczoności jest obecnie jałowe, tak też jałowe są analizy epistemologiczne ignorujące twierdzenia limitacyjne”[31].

Oprócz licznych przykładów wykorzystania twierdzenia Gödla w dociekaniach nad naturą matematyki i naturą poznania w ogóle, nie brakuje prób zastosowania go także do badań nad naturą ludzkiego umysłu i sztuczną inteligencją. E. Nagel i J. R. Newman w roku 1953, w słynnej monografii *Twierdzenia Gödla* wskazywali, „że struktura i działalność umysłu ludzkiego jest daleko bardziej złożona i subtelna, niż budowa i sposób funkcjonowania którejkolwiek z maszyn, jakie dziś potrafimy zaprojektować”[32]. Amerykańscy badacze dostrzegali w tym powód „nie do zwątpienia, lecz do wzmożonej ufności w potęgę twórczego umysłu”[33]. Następnie J. R. Lucas w artykule *Minds, Machines and Gödel* (1961) usiłował wykazać niemożliwość sztucznej inteligencji, powołując się właśnie na odkrycie wiedeńskiego logika. Dziś jednak, głównie za sprawą H. Dreyfusa, odmawia się słuszności argumentacji Lucasa, gdyż jest ona w gruncie rzeczy paralogizmem[34].

Interesującym jest fakt, że sam Gödel żywił przekonanie, a nawet poszukiwał argumentów na rzecz tego, iż prawa myślenia nie są mechaniczne. Podczas wykładu w Providence w 1951 roku po-

[31] J. Woleński, *Metamatematyka i filozofia* [w:] „Zagadnienia Filozoficzne w Nauce” VI (1984), s. 14.

[32] E. Nagel, J. R. Newman, *Twierdzenie Gödla*, tł. B. Stanosz, PWN, Warszawa 1966, s. 71.

[33] Tamże.

[34] S. Krajewski, art. cyt., ss. 161–162, 171–175; J. Kloch, *Świadomość komputerów?*, OBI – Kraków, Biblos – Tarnów, 1996, s. 9.

wiedział, że „umysł ludzki nie jest w stanie sformułować (czy zmechanizować) całej swej intuicji matematycznej", z czego wynika, iż „przewyższa [on] wszystkie maszyny"[35]. Jednak Gödel nie uważał, by jego twierdzenie cokolwiek wprost mówiło o niemechanicznej naturze ludzkiego umysłu, chyba że przyjmie się dodatkowe założenie (mianowicie, że ludzie, w odróżnieniu od maszyn, potrafią rozstrzygnąć każde równanie diofantyczne)[36]. Gödel był przeciwny wyjaśnianiu świadomości na podstawie jakichkolwiek metod naukowych[37]. Aczkolwiek, jak zobaczymy, sam chętnie wykorzystywał narzędzia logiczne w uprawianiu filozofii, niemniej rozróżniał status poznawczy obydwóch dziedzin.

Obecny stan badań nie pozwala jednoznacznie rozstrzygnąć, w jakim stopniu twierdzenie Gödla nakłada ograniczenie na nasze poznanie. Odpowiedź na to pytanie w dużej mierze zależy od wyznawanych poglądów na naturę matematyki. Twierdzenie Gödla jest wymownym przykładem wzajemnych powiązań pomiędzy logiką a filozofią. Nie tylko bowiem techniczne procedury, ale i przyjęte filozoficzne założenia „odpowiadają" za nasze rozumienie czysto formalnych, wydawać by się mogło, konkluzji. Podsumowując, należy się zgodzić, iż „filozoficzne implikacje [twierdzenia Gödla] są ciągle jeszcze przedmiotem dociekań i dyskusji"[38].

O filozoficznym projekcie Gödla

Słynny logik przez całe życie żywo interesował się metafizyką, teologią, a nawet demonologią. Jak wiadomo, drugi okres jego

[35]Hao Wang, *From Philosophy to Mathematics*, cyt. za: R. Murawski, *Funkcje rekurencyjne i elementy metamatematyki. Problemy zupełności, rozstrzygalności, twierdzenia Gödla*, Wyd. Naukowe UAM, Poznań 2000, s. 172.

[36]S. Krajewski, art. cyt., ss. 176–177.

[37]R. Penrose, *Makroświat, mikroświat i ludzki umysł*, tł. P. Amsterdamski, Prószyński i S–ka, Warszawa 1997, s. 99.

[38]B. Stanosz, hasło *Twierdzenie Gödla* [w:] (red.) W. Marciszewski, *Mała encyklopedia logiki*, Wrocław–Warszawa–Kraków, Ossolineum 1970, s. 335. Zob. także: J. Dadaczyński, *Filozofia matematyki w ujęciu historycznym*, OBI – Kraków, Biblos – Tarnów, 2000, s. 353.

twórczości, począwszy od roku 1943, był prawie wyłącznie poświęcony filozofii[39]. Po przedstawieniu filozoficznych wątków obecnych w działalności Gödla — logika, na koniec należy wspomnieć o niektórych zagadnieniach poruszanych przez Gödla — filozofa.

Gödel marzył o stworzeniu spójnego systemu metafizycznego na wzór monadologii Leibniza[40]. Co więcej, w rozmowie z Carnapem (1940 r.) wysunął on nawet możliwość dokonania formalizacji teologii: „Można skonstruować ścisły system postulatów, używając do tego terminów powszechnie uważanych za metafizyczne, jak np.: «Bóg», «dusza», «idea». Jeżeli zrobi się to bardzo starannie, to wówczas nie będzie można nic zarzucić takiemu systemowi"[41]. W roku 1970 Gödel przedstawił ontologiczny dowód na istnienie Boga jako *summum bonum*, dokonany na gruncie logiki modalnej drugiego rzędu[42].

Wracając do Gödlowskiego projektu zbudowania systemu metafizycznego powstaje pytanie o jego zasadność. Skoro bowiem twierdzenia limitacyjne nakładają ograniczenia na teorię sformułowaną w języku logiki pierwszego rzędu, to czy możliwe jest stworzenie całościowego i spójnego systemu metafizycznego na wzór systemów aksjomatycznych? Nasuwa się myśl o istnieniu pewnego

---

[39]Zob. K. Wójtowicz, *Platonizm...*, dz. cyt., s. 145.

[40]Tamże, s. 15; R. Murawski, „Elementy Leibnizjańskie i kantowskie u Hilberta i Gödla" [w:] (red.) J. Perzanowski, A. Pietruszkiewicz, *Byt, Logos, Matematyka*, Wyd. UMK, Toruń 1997, ss. 381-383.

[41]K. Gödel, R. Carnap, *Stenogram rozmowy*, tł. T. Sierotowicz [w:] S. Wszołek (red.) *Refleksje na rozdrożu*, s. 253.

[42]K. Gödel, *Ontological proof* [w:] (red.) S. Feferman and all, *Collected Works...*, vol. 3, ss. 403–404. Dowód ten opiera się na trzech aksjomatach o cechach pozytywnych (Ax 1: „Nadzbiory klas pozytywnych są pozytywne"; Ax 2: „Tylko dana klasa lub jej dopełnienie jest pozytywne"; Ax 3: „Iloczyn wszystkich klas pozytywnych jest sam pozytywny") oraz wynikających zeń trzech twierdzeniach (Th 1: „Żadna klasa pozytywna nie jest pusta"; Th 2: „*Summum bonum* istnieje"; Th 3: „Co najwyżej jeden byt jest *summum bonum*"). Zob. E. Nieznański, „Dowód Gödla na istnienie «*summum bonum*»" [w:] *Studia Philosophiae Christianae*, 25 (1989), ss. 89–102; tenże, „Drogi i bezdroża formalizacji teodycei od Salamuchy do Gödla" [w:] (red.) Z. Wolak, *Logika i metafilozofia*, OBI – Kraków, Biblos – Tarnów, 1995, ss. 105–106.

paradoksu w twórczości Gödla: z jednej strony, jego logiczne badania wykazały niemożliwość stworzenia Leibnizjańskiej *characteristica universalis*[43]. Z drugiej strony projekt ten powraca tylnymi drzwiami na gruncie jego metafizyki. Czyżby było to zwykłe przeoczenie?[44] Być może jest to raczej wyraz wiary Gödla, iż stosowanie metod formalnych sprzyja rozwojowi także filozoficznych zagadnień, choć niekoniecznie je rozwiązuje, ujawniając tym samym „nadwyżkowość" filozofii. J. Woleński, odpowiadając na pytanie o zadanie formalizacji zaznacza, iż jest ona „sposobem konstruktywnej reprezentacji naszych intuicji. Nawet jeśli skądinąd [z twierdzeń limitacyjnych — T. O.] wiemy, że nie jest to całkowicie realizowalne, każdy częściowy sukces w tym względzie jest ważny"[45].

[43]Por. J. Życiński, *Teizm i filozofia analityczna*, t. 2, Znak, Kraków 1985, s. 21–27.

[44]K. Wójtowicz, *O nadużywaniu...*, art. cyt., s. 42.

[45]J. Woleński, *Metamatematyka a epistemologia*, dz. cyt., s. 96.